Correction 1

1. a. Cette propriété peut se traduire par une des deux phrases suivantes :
   - L'image de 0 par la fonction f est 3.
   - 3 est un antécédent de 0 par la fonction f.

   b. -1 est l'unique antécédent du nombre 5 par la fonction f.

   c. La fonction f n'est pas définie en -2.

   d. On peut traduire cette propriété par une des deux phrases suivantes :
   - Le nombre 6 n'admet pas d'antécédent par la fonction f.
   - La fonction f ne prend jamais la valeur 6.

2. a. L'image de 2 par la fonction g a pour valeur :
   $g(2) = 2\times 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1$
   Le point A a pour coordonnée $\big(A\,;-1\big)$

   b. Cherchons les antécédents de 3 par la fonction g :
   $$g(x) = -3$$
   $$2x^2 - 3 = -3$$
   $$2x^2 = 0$$
   $$x^2 = 0$$
   Le carré d'un nombre est nul s'il est lui-même nul
   $$x = 0$$
   Ainsi, le point B a pour coordonnée $\big(0\,;-3\big)$.

   c. Déterminons les antécédents de -1 par la fonction g :
   $$h(x) = -1$$
   $$2x^2 - 3 = -1$$
   $$2x^2 = 2$$
   $$x^2 = 1$$
   Les solutions de cette équation sont -1 et 1. Ainsi, la courbe $(\mathscr{C}_g)$ admet deux points qui ont pour ordonnées -1 dont les coordonnées sont :
   $\big(-1\,;-1\big) \quad ; \quad \big(1\,;-1\big)$

   d. Déterminons les antécédents de -4 par la fonction g :
   $$g(x) = -4$$
   $$2x^2 - 3 = -4$$
   $$2x^2 = -1$$
   $$x^2 = -\frac{1}{2}$$
   Cette équation n'admet pas de solutions car un carré ne peut jamais être négatif.
   La fonction g n'admet pas d'antécédent au nombre -4.

3. a. Déterminons l'image de 0 par la fonction h :
   $$h(0) = \frac{2}{0^2+3} = \frac{2}{3}$$
   Ainsi, le point de $(\mathscr{C}_h)$ d'abscisse 0 possède une ordonnée de $\dfrac{2}{3}$.

   b. Déterminons les antécédents de $\dfrac{1}{6}$ par la fonction h :
   $$h(x) = \frac{1}{6}$$
   $$\frac{2}{x^2+3} = \frac{1}{6}$$
   En utilisant la propriété du produit en croix :
   $$2\times 6 = (x^2+3)\times 1$$
   $$12 = x^2 + 3$$
   $$x^2 = 9$$
   Ainsi, la fonction h admet deux antécédents pour le nombre $\dfrac{1}{6}$: $\quad -3 \quad ; \quad 3$
   Ainsi, la courbe $(\mathscr{C}_h)$ admet deux points ayant pour coordonnées $\dfrac{1}{6}$:
   $\left(-3\,;\dfrac{1}{6}\right) \quad ; \quad \left(3\,;\dfrac{1}{6}\right)$

